

КРУЖКА: о формуле $E = mc^2$ и теории относительности в массовой культуре

Л. Б. Окунь
ИТЭФ, Москва, Россия

25.08.10

Аннотация

Эта заметка представляет собой попытку просто объяснить, почему знаменитое соотношение $E = mc^2$ неправильно выражает суть теории относительности Эйнштейна. Начало заметки адресовано школьным преподавателям, а конец – тем университетским профессорам, которые позволяют себе говорить, что масса тела растёт с ростом его скорости, и тем самым вводят в заблуждение школьных преподавателей и их учеников.

1 Введение

Нравственное здоровье современного общества, его материальное благополучие и достойный статус науки в нём (как сообщающиеся сосуды) в известной мере определяются тем, насколько адекватно наука отражается в зеркале массовой культуры. Более двадцати лет я собираю артефакты массовой культуры (от открыток и футболок до научно-популярных статей и книг), посвящённые „знаменитой формуле Эйнштейна“.

Недавно друзья подарили мне чашку из серии Floxy Noxu mugs, которая называется Relativity. Если набрать эти слова в поисковике компьютера, то можно рассмотреть эту чашку:



Рис. 1: Кружка Relativity

Она в некотором смысле представляет собой квинтэссенцию моей коллекции, так как содержит основные научно-популярные штампы по этой теме. Поскольку эти штампы продолжают попадать в газеты и в учебники, я решил воспроизвести надписи на чашке и кратко объяснить, что в них неверно. Думаю, что получившаяся заметка может быть полезна многим.

2 Перевод на русский язык текста на кружке

На кружке имеются три колонки текста: направо от ручки (1), налево от ручки (2), напротив ручки (3).

1. В 1905 году 26-летний Эйнштейн предложил Специальную Теорию Относительности, используя уравнение $E = mc^2$, где E =энергия, m =масса, c =скорость света. Специальная теория относительности выражает понятие, что материя и энергия являются в сущности различными формами одного и того же. Любая масса имеет связанную с ней энергию, и наоборот.

2. СПЕЦИАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ АЛЬБЕРТА ЭЙНШТЕЙНА

В 1850-х годах было вычислено, что свет движется с фиксированной скоростью 670 миллионов миль в час. Однако, как бы быстро мы ни двигались, догнать свет мы не можем.

Эйнштейн указал, что если скорость света всегда фиксирована, то что-то другое должно изменяться, а именно должна изменяться масса. Предмет должен становиться тяжелее по мере того, как его скорость приближается к скорости света. Он заключил, что энергия и масса должны быть связанными друг с другом.

3. Его формула означает, что маленькое количество массы можно превратить в огромное количество энергии... ..это раскрыло секрет того, как сияют звёзды, и послужило ключом к атомной энергии.

3 Мои уточнения и комментарии

1. Как известно, в 1860-70-х годах Максвелл объединил оптику с физикой электрических и магнитных явлений, написав уравнения, описывающие не только статическое, но и движущееся со скоростью света электромагнитное поле. В 1880-90-х годах ряд физиков, обнаружив, что уравнения Максвелла не согласуются с уравнениями механики Ньютона, попытались сохранить последние и при скоростях, сравнимых со скоростью света, запрятав всё новое в гипотезу о том, что масса тела растёт с ростом его скорости. Эти попытки продолжались и XX веке; они кратко описаны в статьях [1], [2]. Однако довольно рано выяснилось, что так можно поступить не со всеми уравнениями механики Ньютона; например, так нельзя поступить со знаменитым уравнением $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$. Оказалось, что надо изменить сами уравнения Ньютона, сохранив при этом независимость массы от скорости, но установив новую, очень важную связь массы и энергии. Это сопровождалось изменением языка и философии физики.

В 1905 году Эйнштейн опубликовал детальную статью, в которой предложил теорию, которую вскоре называли теорией относительности Эйнштейна (Einstein's relativity theory). Затем в том же году появилась его короткая заметка о связи энергии и массы. В теории относительности полная энергия свободного (изолированного) тела E равна сумме его кинетической энергии, т.е. энергии движения тела как целого E_K и энергии

покоя E_0 :

$$E = E_K + E_0.$$

Осознание того, что любое покоящееся тело обладает энергией, было величайшим открытием XX века. Величина этой энергии выражается через массу тела m соотношением Эйнштейна:

$$E_0 = mc^2.$$

(Именно в таком виде написал Эйнштейн уравнение (44) в лекциях „Сущность теории относительности“, прочитанных им в 1921 году, хотя понятие энергии покоя E_0 появилось уже в заметке 1905 года.)

Поскольку кинетическая энергия обычных окружающих нас тел даётся известной формулой механики Ньютона $E_K = mv^2/2$ и поскольку скорость обычных тел v много меньше скорости света c , то их кинетическая энергия неизмеримо меньше их энергии покоя. Но в каждодневной жизни энергия покоя не проявляется. Эйнштейн сразу же указал, что часть этой энергии выделяется при распаде радиоактивных ядер.

К сожалению, как в начале, так и на протяжении всего XX века, многие известные физики формулировали соотношение Эйнштейна в „упрощённом виде“, опуская индекс ноль у энергии:

$$E = mc^2$$

и трактуя это соотношение как возрастание массы с ростом не только энергии, но и скорости тела. Известно письмо 1948 года Барнетту — автору книги „Вселенная доктора Эйнштейна“, в котором Эйнштейн предупреждает о том, что не следует пользоваться понятием массы, зависящей от скорости (смотрите копию рукописи этого письма в [1]). Но временами, особенно в научно-популярных текстах, и он опускал индекс ноль. По существу, семантическое завихрение в его творчестве возникло при столкновении двух языков — старого нерелятивистского и нового релятивистского.

2. Утверждение о том, что свет всегда имеет фиксированную скорость, — правильное, но утверждение, что это было вычислено в 1850-х годах, неверное. Что скорость света конечна, выяснили в 1676 году (Рёмер), а что она фиксирована, т.е. не зависит от скорости источника света и наблюдателя, обнаружили в 1887 году (Майкельсон и Морли).

Заключение о том, что энергия и масса связаны друг с другом, несомненно правильное, поскольку $E_0 = mc^2$. А вот утверждение о том, что масса тела должна меняться вместе с его скоростью, заведомо неверное. В теории относительности, в отличие от механики Ньютона, мерой инерции является не масса тела m , а его полная энергия E . Импульс тела $\mathbf{p}$ связан с его скоростью $\mathbf{v}$ не соотношением Ньютона $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$, а соотношением $\mathbf{p} = (E/c^2)\mathbf{v}$. И только при нулевой скорости, когда $E = E_0$, т.е. полная энергия равна энергии покоя, только тогда $E = mc^2$.

3. Здесь всё правильно, если говорить о формуле $E_0 = mc^2$ и учесть, что в ядерных реакциях в звёздах, на Солнце и на Земле часть энергии покоя сгорающих частиц превращается в энергию движения продуктов горения. Это же, разумеется, относится и ко всем процессам горения.

4 Четыре измерения мира

В заключение я хотел бы сказать несколько слов тем, кто более или менее знаком с четырёхмерным аппаратом теории относительности, введённым Минковским в 1908

году. В 4-мире Минковского временная координата ct события и 3-вектор его пространственного положения $\mathbf{r}$ образуют четырёхмерный вектор. Аналогичным образом энергия свободного (изолированного) тела E (более точно, E/c^2) и три компоненты его импульса $\mathbf{p}$ (более точно, $\mathbf{p}/c$) образуют четыре компоненты псевдоевклидова 4-вектора. Масса тела m представляет собой скаляр, равный длине этого 4-вектора: $E^2 c^{-4} - \mathbf{p}^2 c^{-2} = m^2$. (Слово „псевдоевклидовый“ указывает на то, что квадрат гипотенузы прямоугольного треугольника равен не сумме, а разности квадратов катетов.) Это основное соотношение специальной теории относительности проверено в тысячах опытов с точностью до десятка значащих цифр. Из него, для массивного тела при импульсе, равном нулю, следует формула $E_0 = mc^2$, где индекс ноль у энергии указывает на то, что E_0 это не энергия движущегося, а именно покоящегося тела. Если переписать это же соотношение в виде $(Ec^{-2} - m)(Ec^{-2} + m) = \mathbf{p}^2 c^{-2}$, то при малых импульсах получается $E_K = \mathbf{p}^2/2m$ (смотрите статью [3]). Из того же основного соотношения и формулы для скорости $\mathbf{v} = \mathbf{p}c^2/E$ следует, что скорость безмассового фотона при любой энергии равна c . Так что специальная теория относительности безупречна, чего, к сожалению, нельзя сказать о её популяризациях.

К сожалению, внезапная болезнь и смерть Минковского не позволили ему убедить его современников в преимуществах четырёхмерного мира, и они продолжали засовывать содержание теории относительности в трёхмерные уравнения механики Ньютона. Хотя Эйнштейн использовал четырёхмерие при формулировке общей теории относительности как теории гравитационного взаимодействия, уравнения $E^2 c^{-4} - \mathbf{p}^2 c^{-2} = m^2$ в его собрании сочинений мне найти не удалось. Впервые оно появилось в трудах Клейна, Фока, Гордона (1926), Дирака (1930), в которых была создана релятивистская квантовая механика. (Эйнштейн, несмотря на то, что он стоял у истоков квантовой теории, так и не принял квантовой механики.) И только позднее эта формула появилась и в классической электродинамике, в учебнике „Теория поля“ Ландау и Лифшица в 1941 году (на русском языке). Четырёхмерие позволило единым образом описывать как массивные, так и безмассовые частицы материи. Оно позволило понять, что масса и материя – это не одно и то же, что энергия и импульс это меры всех процессов и всех движений в природе. Что же касается массы частиц, то она становится несущественной в кинематике процессов при очень высоких энергиях $E \gg mc^2$.

Дальнейшие подробности и списки литературы по обсуждаемым вопросам (в том числе и в журналах на русском языке) можно найти в книге [4] и заметке [5],

Я благодарен Эрике Гуляевой, Мареку Карлинеру, Эле и Виталию Кисиним, Борису Окуню и Зурабу Силагадзе, общение с ними помогло мне написать эту заметку. Работа поддержана грантом НШ-4172.2010.2.

Список литературы

- [1] L. B. Okun, The concept of mass. Physics Today. June 1989, 31-36.
- [2] Л. Б. Окунь, Формула Эйнштейна: $E_0 = mc^2$. „Не смеётся ли Господь Бог“?, Успехи физ. наук, **178** Май 2008, 541-555.
http://ufn.ru/ufn08/ufn08_5/Russian/r085g.pdf
- [3] Л. Б. Окунь, Теория относительности и теорема Пифагора, Успехи физ. наук, **178** Июнь 2008, 647-653.

- [4] Lev B Okun, Energy and Mass in Relativity Theory. World Scientific. 2009.
- [5] L. B. Okun, Mass versus relativistic and rest masses. Am. J. Phys. **77**, May 2009, 430-431.